

Title	$y \cdot dy/dx = A(x) y + B(x)$ 二就テ, III
Author(s)	福原, 満洲雄
Citation	全国紙上数学談話会. 51 p.14-p.17
Issue Date	1935-08-02
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74103
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

$$181. \quad y \frac{dy}{dx} = A(x)y + B(x) = \text{就 } \tau, \text{ III}$$

福原 満洲雄 (北大)

$$(a) \quad y \frac{dy}{dx} = A(x)y + B(x)$$

= 於 τ $A(x), B(x)$ は $x \rightarrow \infty$, 時

$$(1) \quad \begin{cases} A(x) \sim a_{-m}x^m + a_{-m+1}x^{m-1} + \dots \\ B(x) \sim b_{-n}x^n + b_{-n+1}x^{n-1} + \dots \end{cases}$$

ナル形 = 展開サレ, $2m+1 > n$ デアルトスル。

6. 前回ハ

$$|y - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1}$$

$$\text{又ハ } |y - \beta_0 x^{n-m}| < \varepsilon |x|^{n-m}$$

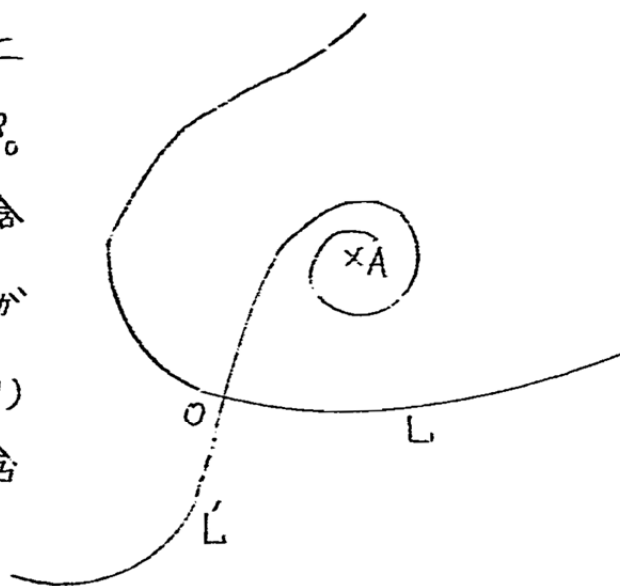
デアルマウナ部念ダケヲ考ヘタノデアルカラ此ノ制限ヲ取除
 カナケレバナラナイ。再ビ (i) ハ一般ニ近似展開デアルトシ、
 x が正ノ値ヲ取りナガラ $+\infty$ ニ近ヅク場合ヲ考ヘル。此ノ
 時 $2m+1 < n$ 場合ノ II, III, IV (第46号) ニ相當スル結
 果ハ次ノマウニ述ベラレル。

IX. $R(a_{-m}^2/b_{-n}) > 0$ ノ場合

(i) $x_0 \leq x < +\infty$ デ分岐点ヲ持ツ (即チ $y=0$ トナル)

(a) ノ解ガ $x=x_0$ デ取ル値ヲ y_0 トシタトキ y_0/x_0^{n-m} ナ
 レ点ノ集合ハ原点ヲ過リ、両端ガ ∞ マデ伸ビテキルーツノ
 曲線 L トナル (図参照)。 L ノ切線ハ実軸トナス角ハ切点
 ガ ∞ ニ近ヅクニ從ツテ $\arg(a_{-m})$ ニ近ヅク。

(ii) L = 依ツテ平面ガ二
 ツノ領域ニ分レル。其ノ中 β_0
 ヲ含ム方 (圖ニ於テ点 A ヲ含
 ム方) = $y(x_0)/x_0^{n-m}$ ガ
 属スルマウナ (a) ノ解ハ (β)
 ナル形ニ展開サレ、 β_0 ヲ含
 マナイ方 = $y(x_0)/x_0^{n-m}$
 ガ属スルマウナ (a) ノ解ハ
 (α) ナル形ニ展開サレル。



(iii) $y(x_0)/x_0^{n-m}$ ガ L ノ上ニアルマウナ (a) ノ解ハ
 $x_0 \leq x < +\infty$ デ分岐点ヲ持ツカラ x カラ先ハ y ノ
 取ル値ガ二ツアル。其ノ中一方ハ (α) ナル形ニ、他ハ (β) ナ

ル形 = 展開サレル。

X. $R(a_{-m}^2/b_{-n}) < 0$ の場合.

(i) $x_0 \leq x < +\infty$ デ分岐点ヲ持ツ (a) ノ解ガ x_0 デ取ル値ヲ y_0 トシタトキ y_0/x_0^{n-m} ナル点ノ集合ハ原点Oヲ過ルーツノ曲線 L' デ、其ノ一端ハ ∞ マデ伸ビテ居リ、他ハ渦状トナツテ一点 A = 収斂スル、コノ場合 = モ L' ノ切線ガ実軸トナス角ハ切点ガ ∞ = 近ヅク = 従ツテ $\arg(a_{-m})$ = 近ヅク、点 A ハ $x_0 \rightarrow \infty$ ノ時 β_0 = 収斂スル。

(ii) $y(x_0)/x_0^{n-m}$ ガ点 A ト一致スルヤウナ (a) ノ解ハ (β) ナル形 = 展開サレ、他ノ解ハ皆 (α) ナル形 = 展開サレル。

(iii) $y(x_0)/x_0^{n-m}$ ガ L' ノ上 = アルヤウナ解ハ $x_0 \leq x < +\infty$ デ分岐点 ξ ヲ持ツカラ、 ξ カラ先ハ y ノ取ル値ハ二ツアルガ、ソノ何レモ (α) ナル形 = 展開サレル。

7. 最後 = 「(1) ガ収斂ナ級数デソノ和ガ $A(x)$, $B(x)$ デアル場合 = $x = \infty$ ノ近傍 (∞ ヲ除ク) = 分岐点ヲ持タナイ (a) ノ解ガ存在スレバ、 $x = \infty$ ハ其ノ解ノ正則点カ又ハ極デアル」コトノ証明ノ順序ヲ述ベテ置カウ。

$\cos((2m-n+1)\theta - \omega) \neq 0$ デアルヤウナ方向デ ∞ = 近ヅクトキ = ハ IX , X = 依ツテ (a) ノ解ハ必ズ (α) 又ハ (β) ナル形 = 展開サレル、故 =

$$\arg x = \frac{\omega + k\pi}{2m-n+1}, \quad |x| > R_k \quad (k=0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

デ

$$|y - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1}$$

$$\text{又ハ } |y - \beta_0 x^{n-m}| < \varepsilon |x|^{n-m}$$

が成立スル。若シ R_k が k = 無関係 = 取レルナラバ I, VI = 依ッテ此ノ二ツノ不等式ノ何レカが $|x| > R$ デ常 = 成立スルコトが分ル。サウナルト VII, VIII = 依ッテ其ノ解ハ (α) 又ハ (β) ナル形ノ (近似的デナク) 収斂ノ級数 = 展開サレル。若シ R_k が k = 無関係 = 取レナイナラバ

$$\arg x = \frac{\omega + k\pi}{2m - n + 1}, \quad |x| \geq R$$

デ

$$|y(x) - \alpha_0 x^{m+1}| < \delta |x|^{m+1},$$

$$|y(x) - \beta_0 x^{n-m}| > \varepsilon |x|^{n-m}$$

が成立スルヤウナ x ノ値 ξ が存在スル。 $y(\xi) = \eta$ トシ、 x ヲ y ノ変数ト考ヘ、 y 平面デ適當ナ曲線 = 依テ η ヲ原点 O = 結ンダトキ其ノ上デハ常 = $|x|$ が (最初 = 映ヘラレタ) 或正ノ値 R 。ヨリ小サクナラナイヤウ = ナルコトが証明サレル。從ッテ其ノヤウナ解ハ $|x| \geq R$ デ分岐点ヲ持ツコト = ナル。コレデ証明ハ完結スルノデアルガ、此ノ曲線ノ取り方が $2m+1 < n$ ノ場合ノヤウ = 簡單デハナイカラ詳シイ説明ハ省略スル。